

# 自适应调整差分进化算法在优化问题中的应用

肖文显, 王俊阁, 马孝琴

(河南科技学院 网络信息中心, 河南 新乡 453003)

**摘要:** 差分进化算法在求解优化问题时, 进化后期由于种群多样性急剧下降, 算法全局搜索能力被削弱, 极易陷入局部最优解而“早熟”收敛. 针对该问题定义了算法停滞系数和个体相似系数. 根据算法停滞系数自适应调整算法的缩放系数. 同时, 根据个体相似系数判定种群普通个体与最优个体的相似性, 并以此为基础对相似个体实施基因重构操作, 从而避免种群个体严重趋同造成的种群多样性下降问题. 将改进算法应用于标准测试函数和车辆路径问题的优化. 模拟计算结果表明: 改进算法的优化结果优于标准差分进化算法, 改进的差分进化算法具有更强的全局寻优能力, 适于求解复杂优化问题.

**关键词:** 优化问题; 差分进化; 自适应调整; 基因重构

DOI: 10.15938/j.jhust.2015.01.014

中图分类号: TP301.6 文献标志码: A 文章编号: 1007-2683(2015)01-0071-04

## Self-adaptive Differential Evolution Algorithm and Its Application to Complex Optimization Problems

XIAO Wen-xian, WANG Jun-ge, MA Xiao-qin

(Network Information Center, Henan Institute of Science and Technology, Xinxiang 453003, China)

**Abstract:** When differential evolutionary algorithm is used in solving complex optimization problems, capability of global search is decreased in the later evolution period, and the ability of global search is weakened and algorithm can easily fall into local optimum. In response to these problems, stagnation factor and similarity factor are defined. Scaling factor  $F$  is adaptive adjusted according to the stagnation factor. Similarity between individuals is determined by the similarity factor, the gene reconstruction is taken. So that the problem of decrease of population diversity can be alleviated. The improved algorithm is applied to standard test function optimization and vehicle routing problem, the results show that improved differential evolution algorithm has better global search ability. And the algorithm is suitable for solving complex optimization problems.

**Key words:** optimization problems; differential evolution algorithm; self-adaptive adjusting; gene reconstruction

## 0 引言

差分进化算法<sup>[1]</sup> (Differential Evolution, DE) 是一种基于群体智能的优化方法, 算法利用群体中个

体之间的差异信息引导算法进行搜索, 通过变异、交叉、选择三步操作实现种群的进化和优化搜索. 算法具有控制参数少、鲁棒性等特点, 应用较为广泛<sup>[2-4]</sup>. 但是, 差分进化算法在求解优化问题时, 进化后期由于种群多样性急剧下降, 算法全局搜索能

收稿日期: 2014-04-09

基金项目: 国家自然科学基金(71171151); 河南省教育厅自然科学研究计划(13B520011).

作者简介: 肖文显(1975—), 男, 副教授, E-mail: xwenx@yeah.net.

力被削弱,尤其是随着问题复杂程度的上升,算法极易陷入局部最优解而“早熟”收敛.研究表明控制参数的取值影响着DE算法的计算性能,但两者之间并非简单的线性关系,其作用机理仍需进一步探索研究<sup>[7-14]</sup>.本文定义了算法停滞系数和个体相似系数.通过算法停滞系数来自适应调整算法进化过程中缩放系数的变化.同时,为降低线性调整缩放因子带来的不利影响,根据个体相似系数判定种群普通个体与最优个体的相似性,并以此为基础对相似个体实施基因重构操作,更新趋同个体的基因信息,从而避免种群个体严重趋同造成的种群多样性下降问题.

## 1 差分进化算法

差分进化算法是一种基于群体智能的启发式随机搜索算法,算法利用种群中个体的差异性,模拟自然界个体之间的竞争与合作,从而实现了对问题解空间的搜索寻优.算法的进化策略有变异、交叉和选择三个.假定待求解问题维数为 $D$ ,算法种群规模为 $NP$ ,差分进化算法的基本进化过程如下:

首先,种群初始化,即在待求解问题的解空间中随机生成规模为 $NP$ 的初始种群 $X^0 = [X_1^0, X_2^0, \dots, X_{NP}^0]$ .其中,每个个体 $X_i^0 = [x_{i,1}^0, x_{i,2}^0, \dots, x_{i,D}^0]$ 代表待求解问题的一种可行解.

其次,变异操作.对于第 $g$ 代群体,个体 $X_i^g$ 按照式(1)进行变异操作,得到新的变异个体 $V_i^{g+1}$ .

$$V_i^{g+1} = X_{r_1}^g + F(X_{r_2}^g - X_{r_3}^g) \quad (r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i) \quad (1)$$

其中, $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, NP\}$ ;  $X_{r_1}^g$ 为父代基向量; $(X_{r_2}^g - X_{r_3}^g)$ 为父代差分向量; $F$ 为缩放因子; $g$ 为迭代代数.

第三,对得到的变异个体 $V_i^{g+1}$ 按式(2)进行交叉操作,得到待选择个体 $U_i^{g+1}$ ,  $U_i^{g+1}$ 的第 $j$ 维分量 $u_{i,j}^{g+1}$ 计算方式如下:

$$u_{i,j}^{g+1} = \begin{cases} V_{i,j}^{g+1}, & \text{If } (\text{rand}() \leq CR) \text{ or } j = j_{\text{rand}} \\ X_{i,j}^g, & \text{Otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

其中, $CR$ 为交叉概率,取值范围为 $(0, 1)$ ;  $\text{rand}()$ 为随机数,取值范围为 $(0, 1)$ ;  $j_{\text{rand}}$ 为 $\{1, 2, \dots, D\}$ 之间随机选取的随机量.

最后,以贪婪选择的策略进行对比优选,对于最小化问题而言,选择适应值较小的个体作为子代个体继续进行进化,即比较待选择个体 $U_i^{g+1}$ 和原个体 $X_i^g$ ,按式(3)进行优选:

$$X_i^{g+1} = \begin{cases} U_i^{g+1}, & \text{If } (f(U_i^{g+1}) < f(X_i^g)) \\ X_i^g, & \text{Otherwise.} \end{cases} \quad (3)$$

其中 $f(\cdot)$ 为适应度函数.

## 2 算法改进策略

### 2.1 参数定义

1) 算法停滞系数.为衡量算法的进化能力,判定算法是否陷入停滞,定义算法停滞系数 $\psi$ 为

$$\psi = n - 1 \quad (4)$$

式中, $n$ 为种群最优个体的适应值连续不变的代数,即若连续 $n$ 代最优个体的适应值 $f_1 = f_2 = \dots = f_n$ ,则种群停滞系数就为 $n$ .

2) 个体相似参数.为衡量进化过程中,种群中其他个体与种群最优个体之间基因信息的相似性,定义个体相似参数为

$$S_i = \frac{1}{\sqrt{\sum_{k=1}^D (x_{\text{best},k} - x_{i,k})^2 + 1}} \quad (5)$$

式中, $S_i$ 为个体与种群最优个体之间的相似系数; $x_{\text{best},k}$ 为种群中最优个体的第 $k$ 维的基因信息; $x_{i,k}$ 为种群中第 $i$ 个体的第 $k$ 维基因信息; $D$ 为基因链长度,即问题的维度.

### 2.2 缩放因子自适应调整

缩放因子 $F$ 用于调整变异操作中差分向量的权重,控制算法搜索的步长.如果 $F$ 取值较大,可以扩大算法的搜索空间,提高算法跳出局部最优解的可能性,但是过大的 $F$ 会降低算法收敛速度;如果 $F$ 取值较小,可以加速算法的收敛,但是过小的 $F$ 会使算法陷入局部收敛<sup>[11]</sup>.

本文依据缩放因子的作用机理,通过算法停滞系数 $\psi$ 对缩放因子进行动态调整.当算法进化能力下降,趋于停滞甚至局部收敛时, $\psi$ 随之变大,缩放因子 $F$ 按式(6)调大.调整后,若算法适应值变优,则 $\psi$ 归零, $F$ 重新恢复至 $F_0$ ;若适应值未变优,则按式(6)继续提高 $F$ .

$$F = F_0 + \psi / \omega \quad (6)$$

式中, $F_0$ 为初始缩放系数; $\omega$ 为调整系数.可根据待求解问题的特性在 $50 \sim 200$ 之间取值.

由此,算法变异操作修改为

$$V_i^{g+1} = X_{r_1}^g + \left( F_0 + \frac{\psi}{\omega} \right) \cdot (X_{r_2}^g - X_{r_3}^g) \quad (r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i) \quad (7)$$

### 2.3 相似个体基因重构

差分进化算法陷入局部最优解的主要原因是算法进化过程中种群多样性的下降,种群中出现个别优势个体甚至超级个体并对进化方向起绝对的主导作用,算法丧失了全局搜索能力.为解决该问题,本文在对种群中个体相似性判定的基础上,对趋同个体进行基因重构,从而完成基因信息的更新.

该策略的主要思路是:当算法停滞系数  $\psi$  超过阈值  $\psi_{\max}$  后,选出种群中适应值最优的个体,并按式(5)依次计算其余个体与该最优个体之间的相似参数,将与最优个体相似参数最高的  $m$  个个体进行基因重构.  $m$  根据种群规模预先设定,基因重构为

$$x_{i,j} = x_{\min,j} + \text{rand}() \cdot (x_{\max,j} - x_{\min,j}) \quad (8)$$

式中,  $x_{i,j}$  为第  $i$  个个体基因重构后的第  $j$  维基因信息;  $x_{\min,j}$ 、 $x_{\max,j}$  分别为待求解问题第  $j$  维基因的取值下限和上限;  $\text{rand}()$  为 0 ~ 1 之间的随机数.

### 2.4 改进差分进化算法的实施步骤

改进的差分进化算法的计算流程如图 1 所示.

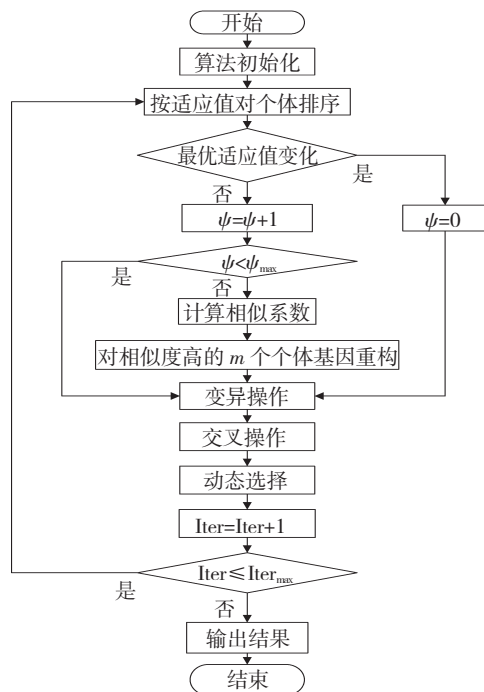


图 1 改进差分进化算法流程图

## 3 实例应用

为验证本文提出的改进算法的有效性,将改进算法应用于标准测试函数的优化问题和车辆路径问题.

### 3.1 标准测试函数

#### 1) Sphere 函数:

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^N x_i^2 \quad x_i \in [-100, 100] \quad (9)$$

#### 2) Rosenbrock 函数:

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^{N-1} [100 \cdot (x_{i+1} - x_i^2)^2], \quad x_i \in [-100, 100] \quad (10)$$

#### 3) Rastrigrin 函数:

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^N [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10], \quad x_i \in [-100, 100] \quad (11)$$

#### 4) Griewank 函数:

$$f_4(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \prod_{i=1}^N \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1, \quad x_i \in [-600, 600] \quad (12)$$

#### 5) Ackley 函数:

$$f_5(x) = 20 + e - 20e^{-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2}} - e^{-\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos(2\pi x_i)}, \quad x_i \in [-15, 30] \quad (13)$$

分别采用差分进化算法和改进算法对上述 5 个标准测试函数进行优化计算,算法参数设置如下:种群规模 NP 取 200,初始缩放因子  $F_0$  取 0.70,交叉概率 CR 取 0.60,算法最大迭代次数取为 1 000,算法停滞阈值  $\psi_{\max}$  取为 20,基因重构数量  $m$  取为 10.

问题维度分别取 10、20、50、100、200 等 5 种情况,采用上述两种算法对 5 个标准测试函数在每种维度下分别进行 50 次计算,取其平均结果进行对比.在此仅列出 50 维度时的计算成果,求解结果如表 1 所示.

表 1 结果对比

| 函数         | 理论 |        |       | DE 算法  |        | 改进 DE 算法 |         |  |
|------------|----|--------|-------|--------|--------|----------|---------|--|
|            | 最优 | 平均值    | 标准差   | 最优值    | 平均值    | 标准差      | 最优值     |  |
| Sphere     | 0  | 4.6E-6 | 1.31  | 5.2E-7 | 8.3E-8 | 0.29     | 4.1E-9  |  |
| Rosenbrock | 0  | 44.13  | 31.51 | 0.37   | 31.41  | 20.62    | 7.7E-04 |  |
| Rastrigrin | 0  | 1.51   | 0.83  | 0.92   | 0.003  | 0.004    | 1.6E-07 |  |
| Griewank   | 0  | 1.22   | 0.08  | 0.02   | 0.03   | 0.007    | 2.2E-07 |  |
| Ackley     | 0  | 0.17   | 0.01  | 0.01   | 0.012  | 0.011    | 8.7E-05 |  |

对比表 1 中 DE 和改进 DE 算法得到的平均值和最优解可见,改进 DE 算法优化结果明显优于标准 DE 算.对比两种算法多次优化结果的标准差可见,改进 DE 算法的优化结果变化幅度小于 DE 算法.这说明改进 DE 算法具有更强的全局优化能力,更能够搜索到优秀的结果.

### 3.2 车辆路径问题

车辆路径问题 (Vehicle Routing Problem, VRP)

是在满足车辆最大负载和客户需求的前提下,优化车辆的行驶路径使得运输成本最低、时间最短等目标得以实现. VRP 问题的相关概念和数学模型可见文 [2-13],本文在此不再赘述.

假定有 8 个分库和 1 个总库,总库有 2 辆车辆用于配送货物,每辆车的最大容量均为 8t. 要求合理安排车辆的配送路线,使得总的运输距离最短. 各分库对总库的货物需求量以及各库之间的距离如表 2 所示(其中 0 表示总库).

| 表 2 分库需求及各库之间距离 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                 | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   |
| 0               | 0.0 | 4.0 | 6.0 | 7.5 | 9.0 | 20  | 10  | 16  | 8.0 |
| 1               | 4.0 | 0.0 | 6.5 | 4.0 | 10  | 5.0 | 7.5 | 11  | 10  |
| 2               | 6.0 | 6.5 | 0.0 | 7.5 | 10  | 10  | 7.5 | 7.5 | 7.5 |
| 3               | 7.5 | 4.0 | 7.5 | 0.0 | 10  | 5.0 | 9.0 | 9.0 | 15  |
| 4               | 9.0 | 10  | 10  | 10  | 0.0 | 10  | 7.5 | 7.5 | 10  |
| 5               | 20  | 5.0 | 10  | 5.0 | 10  | 0.0 | 7.0 | 9.0 | 7.5 |
| 6               | 10  | 7.5 | 7.5 | 9.0 | 7.5 | 7.0 | 0.0 | 7.0 | 10  |
| 7               | 16  | 11  | 7.5 | 9.0 | 7.5 | 9.0 | 7.0 | 0.0 | 10  |
| 8               | 8.0 | 10  | 7.5 | 15  | 10  | 7.5 | 10  | 10  | 0.0 |
| 需求量             | 1.0 | 2.0 | 1.0 | 2.0 | 1.0 | 4.0 | 2.0 | 2.0 |     |

按 3.1 节相同的参数设置,分别采用 DE 和改进 DE 算法对上述车辆路径问题进行 20 次优化,取各算法优化结果的平均值作对比,优化结果如表 3 所示.

| 表 3 结果对比 |      |      |       |
|----------|------|------|-------|
|          | 平均值  | 最优值  | 标准差   |
| DE       | 73.4 | 71.5 | 1.338 |
| 改进 DE    | 68.4 | 67.5 | 0.804 |

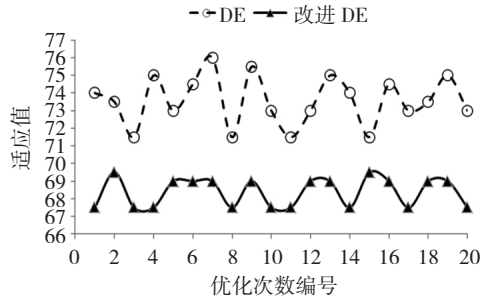


图 2 优化结果分布情况

对比两种算法的平均优化结果可见,改进 DE 算法的优化结果明显优于 DE. 在最优值方面,改进 DE 算法也优于 DE. 这说明,在车辆路径问题的优化方面,改进 DE 可以更大程度的提高算法的全局搜

寻能力,避免算法陷入局部最优. 两种算法 20 次的寻优结果分布如图 2 所示. 由图 2 可见,改进 DE 算法多次搜索得到的优化结果普遍优于 DE. 结合表 3 中两种算法多次寻优结果的标准差进行分析可知,改进 DE 算法能够更好的进行全局搜索.

4 结 语

本文针对差分进化算法进化后期种群多样性下降导致算法全局搜索能力下降而“早熟收敛”问题,定义了算法停滞系数和个体相似系数. 在进化过程中,通过算法停滞系数动态调整缩放因子,并以个体相似系数为判定指标动态更新种群中趋同个体的基因信息,从而改善算法的种群多样性状况. 将改进算法应用于标准测试函数和车辆路径问题的优化,模拟计算结果表明:改进算法的优化结果优于标准差分进化算法,并且具有更强的全局寻优能力,适于求解复杂优化问题.

参 考 文 献:

[1] RAINER Storn, Kenneth Price. Differential Evolution—A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces [J]. Journal of Global Optimization, 1997( 11): 341-359.

[2] 方强,陈德钊,俞欢军,等. 基于优选策略的差分进化算法及其化工应用 [J]. 化工学报, 2004, 5( 4): 598-602.

[3] 张吴明,钟约先. 基于改进差分进化算法的相机标定研究 [J]. 光学技术, 2004, 30( 6): 720-723.

[4] 翟捷,王春峰,李光泉. 基于差分进化方法的投资组合管理模型 [J]. 天津大学学报, 2002, 5( 3): 304-308.

[5] 郑慧涛,梅亚东,胡挺,等. 双层交互混合差分进化算法在水库群优化调度中的应用 [J]. 水力发电学报, 2013, 2( 1): 54-62.

[6] 宁桂英,周永权. 一种求解二重积分的差分进化算法 [J]. 哈尔滨理工大学学报, 2013, 8( 2): 121-125.

[7] 谢晓峰,张文俊,张瑞,等. 差异演化的实验研究 [J]. 控制与决策, 2004, 19( 1): 49-52.

[8] 袁俊刚,孙治国,曲广吉. 差异演化算法的数值模拟研究 [J]. 系统仿真学报, 2007, 19( 20): 4646-4649.

[9] 高岳林,刘军民. 差分进化算法的参数研究 [J]. 黑龙江大学自然科学学报, 2009, 26( 1): 81-85.

[10] 杨振宇,唐珂. 差分进化算法参数控制与适应策略综述 [J]. 智能系统学报, 2011, 6( 5): 415-423.

[11] 蔡之华,龚文引. 差分演化算法及其应用 [M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 2010.

[12] 吴斌. 物流配送车辆路径问题及其智能优化算法 [M]. 北京: 经济管理出版社, 2013.

[13] 范军涛,谢红兵,陈恩鹏. 车辆路径问题的改进遗传算法 [J]. 哈尔滨理工大学学报, 2004, 9( 5): 118-120.

(编辑: 王 萍)